

ANALISI QUANTITATIVA DI FORME DI ALCUNE LUCERNE TARDOROMANE *

1. OBIETTIVITÀ DELL'INTERPRETAZIONE ARCHEOLOGICA

Ci si può porre la domanda se e come si possono correttamente misurare i concetti espressi dalla parola "somiglianza", riferita alla forma di oggetti studiati dall'archeologia. I tentativi di misurare attributi archeologici sono iniziati più di trent'anni fa con la « New Archeology » americana e l'archeologia analitica inglese (TABACZYŃSKI 1987, 20-37; CUOMO DI CAPRIO 1986, 59-71). Si cercava, allora, di risolvere problemi di diverso livello: dai più semplici, come la classificazione dei reperti, a quelli più complessi, quali lo studio delle interrelazioni culturali, tecnologiche e sociali. Contemporaneamente l'archeologia tradizionale cercava di applicare alla risoluzione dei propri problemi gli strumenti adottati dai preistorici (MOSCATI 1987).

Le discussioni metodologiche durano ancora. Noi qui vorremmo tornare all'indirizzo del confronto fra le forme, astratte dal contesto archeologico, criticato dai preistorici avversari dei metodi tradizionali. I 'nuovi archeologi' chiamano 'intuitivo' il metodo tradizionale, che noi invece chiamiamo iconologico-storico. Per soddisfare le due impostazioni noi cercheremo un confronto usando i metodi statistici per la comparazione delle forme, per tentare di arricchire lo strumento tradizionale. L'oggetto singolo, anche avulso da ogni contesto, rimane però sempre fonte archeologica da non trascurare (MAETZKE 1986, 258-262).

L'oggetto di questa nota è generalmente indirizzato agli archeologi che 'scavano' nei magazzini museali dove spesso trovano oggetti senza dati: dati, invece, che aiutano gli scavatori 'veri'. Molti archeologi si trovano nella necessità di dover fare confronti di forme e iconografia. Come si potrebbe oggettivare questi confronti? Con il metodo tradizionale è necessaria la conoscenza disciplinare degli oggetti studiati, a volte sostituibile dai più sofisticati modelli stratigrafici usati dai preistorici (per la discussione cfr. TABACZYŃSKI, PLESZCZYŃSKA, 1974, 49-55; URBAŃCZYK 1980, 266-267). Questo perché non succeda di confondere, per esempio, la ceramica romana con la medioevale solo perché si trova nello stesso strato.

Senza dubbio, di fronte a una grande quantità di oggetti, studiati da molti punti di vista al fine di attribuirli a gruppi individuati per provenienza spaziale

* Questo lavoro è stato svolto nell'ambito del programma "Informatica applicata all'archeologia" dell'Istituto per lo Studio della Dinamica delle Grandi Masse del C.N.R. di Venezia.

e culturale, si sono impiegate in modo soddisfacente tecniche statistiche fra cui l'analisi discriminante (come è stato fatto per lo studio delle anfore: HESNARD, LEMOINE 1981, 243-295; JOURNET 1982; GUIMIER-SORBETS 1987, 54-58). In tali studi si riportano valutazioni sull'efficienza di alcuni metodi statistici che è risultata qualche volta maggiore del 47% rispetto a quella dei metodi tradizionali per la sistematizzazione dei dati provenienti dagli scavi e del 73% per la documentazione (per applicazioni dei metodi quantitativi tramite calcolatori in archeologia cfr. BIETTI 1979; PLESZCZYŃSKA *et al.* 1986, 305-328; per il metodo a mosaico per l'analisi delle forme cfr. WILCOCK, SHENNAN 1975, 100; MOSCATI 1987, 39-80).

Per taluni aspetti l'analisi descrittiva usuale può essere comparata mediante la schematizzazione grafica delle informazioni e ciò l'avvicina ai metodi statistici. L'analisi comparativa prende in considerazione invece una grande quantità di variabili e le loro relazioni che senza i metodi numerici non sarebbe possibile trattare. A questo punto ci si può trovare davanti a diversi problemi archeologici: grande quantità di oggetti e loro relazioni oppure, come nel nostro caso, un piccolo numero di oggetti che richiede di comparare una grande quantità di dati. Per lo studio di due o più forme si fa ricorso a tecniche statistiche di ricampionamento per valutare le somiglianze o le differenze esistenti tra le immagini. A tal fine è stata inizialmente scelta la forma esterna (contorno) per capire se essa può caratterizzare un dato gruppo di oggetti.

Questa ricerca tenta di classificare oggetti in base a caratteristiche geometriche. Questo procedimento occupa molto tempo dell'archeologo dato che non esistono, per gli oggetti studiati, norme di classificazione come per le scienze naturali. L'archeologo, infatti, classifica e raggruppa gli oggetti tramite norme generalmente pragmatiche.

Nel nostro caso la valutazione della somiglianza o diversità ha per oggetto alcune lucerne tardoantiche caratterizzate da una grande variabilità delle forme e dell'iconografia. Inoltre non esistono di esse classificazioni esaurienti nello spazio e nel tempo. I primi risultati dell'appartenenza o non appartenenza degli oggetti devono portare a definire gruppi sistematici, cioè classi di oggetti, e con i metodi della tassonomia numerica formare insiemi omogenei. In questo sistema un oggetto può appartenere a vari insiemi ma gli oggetti della stessa classe devono avere almeno una caratteristica comune. Trovare caratteristiche comuni a più oggetti forma il sistema gerarchico che unisce sempre di più elementi simili. Gli insiemi di caratteristiche per definire la classe possono essere costruiti secondo due criteri: monotetico e politetico, come proposto da D.L. Clarke (CLARKE 1968, 37, 512-547; BENZÉCRI *et al.* 1973, 63-66).

Secondo il primo criterio si forma la classe con gli elementi che possiedono una caratteristica scelta in una data gerarchia. L'appartenenza o meno alla classe

è data allora dal possedere o no la caratteristica scelta. Il criterio politetico richiede invece che gli elementi posseggano più caratteri comuni con gli altri della stessa classe per definirne l'appartenenza.

Questi ed altri problemi per la ceramica sono stati recentemente discussi da C.R. Orton e P.A. Tyers (ORTON, TYERS 1990, 81-110). Noi vorremmo qui fermarci alla prima tappa della ricerca: l'identificazione delle forme che, come accennato, è essenziale per le successive attribuzioni ed elaborazioni. I metodi statistici per la distribuzione e attribuzione spaziale sono stati applicati recentemente sul materiale ceramico del Salento (SEMERARO 1990, 81-110). La descrizione del materiale archeologico con i metodi quantitativi è il punto di partenza dell'analisi della forma.

Dalla scelta dell'insieme di misure associate alla forma dipende la possibilità dell'applicazione matematica (applicazione della statistica per gli insiemi ceramici in Polonia e Cecoslovacchia: DYMACEWSKI 1971, 285-292; TIRPAKOVÁ *et al.* 1989, 443-447; metodi matematici e statistici usati per l'archeologia in Polonia: URBAŃCZYK 1978, 533-538). L'esattezza dei dati originali può solo accelerare il processo della descrizione e non può sostituirlo. I primi tentativi della tassonomia numerica sono stati influenzati dalla definizione di tipo, che si basava sulla considerazione dell'artefatto come insieme delle caratteristiche volute dai produttori (URBAŃCZYK 1980, 271). Il procedimento tassonomico scopriva in realtà solo gli insiemi di caratteristiche simili misurate sugli oggetti.

In questo articolo si elaborano forme bidimensionali, che riflettono le relazioni tra i singoli oggetti. L'esame della forma può essere svolta con più obiettività utilizzando indici e test statistici che forniscono misure, percentuali e probabilità. Se il metodo statistico può confermare la probabilità delle somiglianze tra gli oggetti potremmo a maggior ragione supporre che oggetti simili provengano da uno stesso luogo di produzione. Le conclusioni, sempre ipotetiche, hanno però maggiore grado di obiettività (MAETZKE 1986, 296-302; PAŁ UBICKA, TABACZYŃSKI 1986, 78-88). In questo senso, la tassonomia basata sulla probabilità di somiglianze tra le forme sarebbe l'inizio dell'induzione in archeologia.

2. INTERPRETAZIONE ARCHEOLOGICA TRADIZIONALE

Per l'applicazione dei metodi statistici qui proposti, abbiamo scelto tre lucerne (Fig. 1) provenienti dalla Spagna (MODRZEWSKA-MARCINIAK 1989, 216-245). La scelta è stata fatta per confrontare il metodo statistico con quello tradizionale, da noi usato, basato sulle comparazioni iconografiche e su semplici misure geometriche (le lucerne sono state studiate ad Alicante e l'elaborazione dei dati è basata sulla documentazione in loco). Secondo la numerazione qui adottata i nn. 1 e 3 (nn. 22 e 21 del nostro articolo citato) provengono da Benalua,

oggi parte di Alicante. Qui è stata scoperta ceramica tardoromana, il che ha permesso di pensare alla provenienza da una manifattura locale (per i numeri dell'inventario del Museo di Alicante v. MODRZEWSKA-MARCINIAK 1989, 238-239 e 217 in cui sono le descrizioni relative alle scoperte). La lucerna qui indicata con il n. 2 (n. 23 nel nostro articolo citato) proviene dal sito di Alcudia non lontano da Elche, che si trova nella stessa zona dei nn. 1 e 3, dove numerose scoperte confermano l'esistenza di una produzione ceramica locale (MODRZEWSKA-MARCINIAK 1989, 218).

La lucerna n. 1 ha lunghezza 10.5 cm, larghezza massima (disco con spalle) 5.7 cm. L'oggetto è di pasta fina di colore beige senza ingobbio. La lucerna n. 3 ha parte del disco e del beccuccio rotti ed è conservata fino al foro: lunghezza conservata 9 cm, larghezza 5.7 cm. Le caratteristiche della pasta sono uguali a quelle del n. 1. Queste somiglianze appaiono anche nella forma della modellatura che risulta asimmetrica presso il beccuccio specialmente dalla parte sinistra (guardando dalla parte del beccuccio). Sulle spalle di ambedue le lucerne si notano perline a rilievo disposte con la stessa tendenza asimmetrica. Sul disco di ambedue si notano, oggi mal visibili, croci in rilievo, che sembrano poco diverse (lo stato di conservazione non permette una osservazione completa).

Le somiglianze sopra elencate ci hanno permesso di considerare le lucerne n. 1 e n. 3 quasi uguali e sicuramente fatte dello stesso tipo di pasta e modellate dalla stessa matrice primaria. Naturalmente, poiché ogni oggetto fu prodotto separatamente, la mano del ceramista poteva provocare piccole differenze dovute al modo della modellazione oppure alla differente plasticità dell'argilla. Le somiglianze delle lucerne n. 1 e n. 3 con il tipo II B di Hayes inducono a considerarle come prodotto locale tardoantico. Al confronto del materiale dei grandi centri nordafricani, queste lucerne sono una lontana imitazione per uso del luogo.

La lucerna n. 2 proviene da un altro luogo della stessa zona. Essa ha lunghezza 12.5 cm e larghezza massima 7.5 cm. La pasta è grigia chiara, fina, senza ingobbio. Ha il profilo molto massiccio in confronto alle due precedenti. Si notano distruzioni superficiali; però vi si può ancora osservare la forma del beccuccio, due fori di alimentazione e l'ornamento sul disco a forma di croce latina. La modellatura non è precisa. Analoghe lucerne trovate in Spagna permettono di datarla alla seconda metà del V e prima metà del VI secolo d.C. (per le analogie MODRZEWSKA-MARCINIAK 1989, 241). L'esecuzione, come la somiglianza della pasta usata ad Alcudia, ci permettono di considerarla come prodotto del luogo, di imitazione della produzione nordafricana.

3. METODI STATISTICI

Con il metodo archeologico tradizionale non potevamo evidenziare nessuna

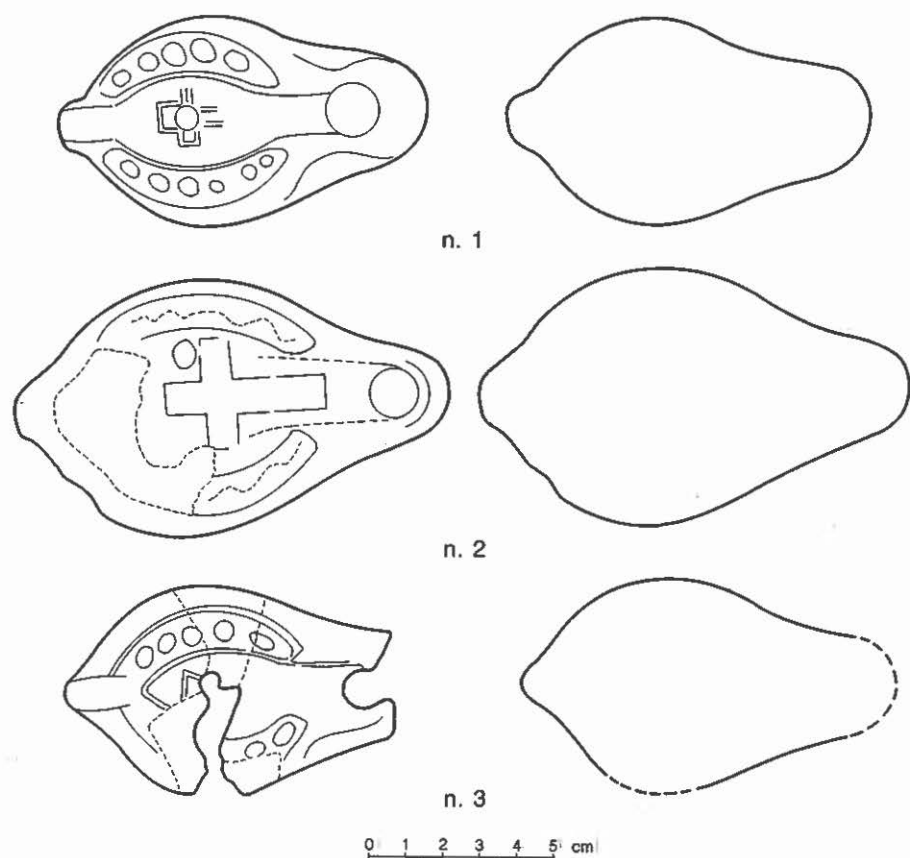


Fig. 1

caratteristica che potesse equipare la lucerna n. 2 con quelle di Benalua (nn. 1 e 3). Naturalmente ci sono le osservazioni sul modo di esecuzione e sul soggetto iconografico che le avvicinano, così che tutte e tre possono considerarsi di produzione locale, tardoantiche di imitazione di quelle nordafricane. Però la somiglianza geometrica non le unisce significativamente. Può sembrare una semplificazione errata dire che tutte e tre le lucerne sono grandi, se le confrontiamo con le lucerne greche classiche, perché questo era il carattere di gran parte delle lucerne dell'epoca tarda.

Vedremo ora i risultati dell'elaborazione statistica eseguita solo su figure bidimensionali mediante simulazioni di indici geometrici di "schiacciamento e simmetria". Questa limitazione dell'elaborazione a due dimensioni non è natu-

LUCERNA nr 1

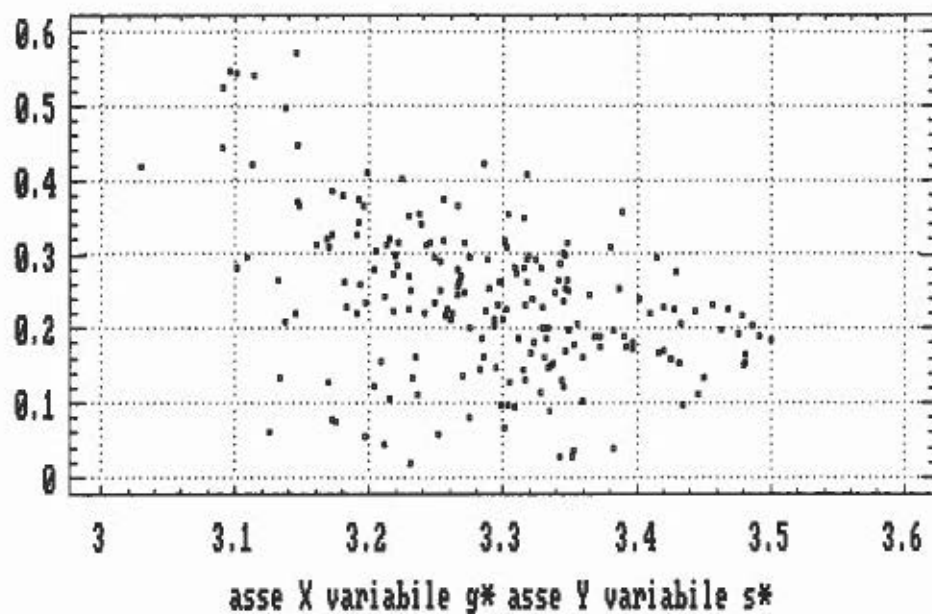


Fig. 2

LUCERNA nr 2

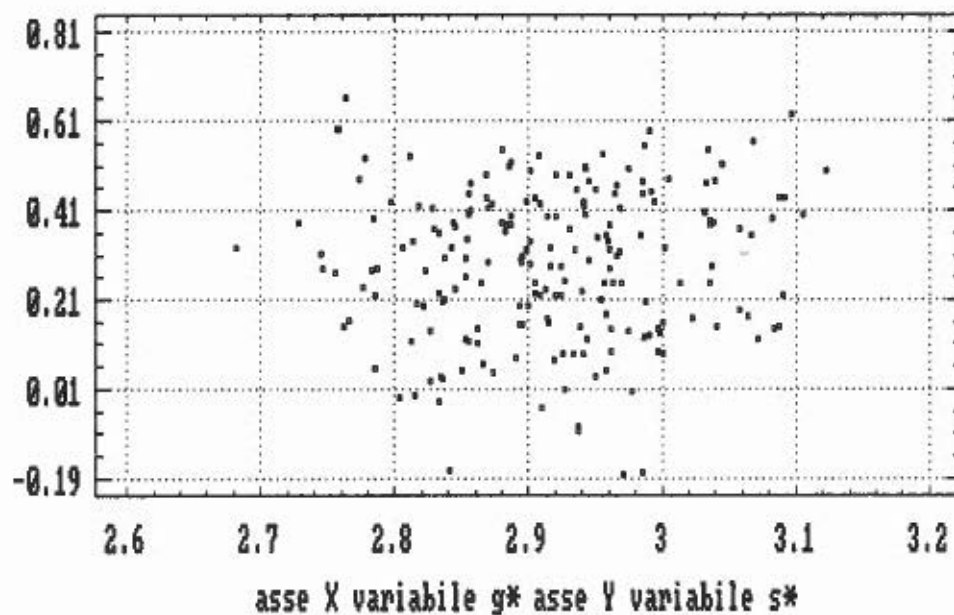


Fig. 3

LUCERNA nr 3

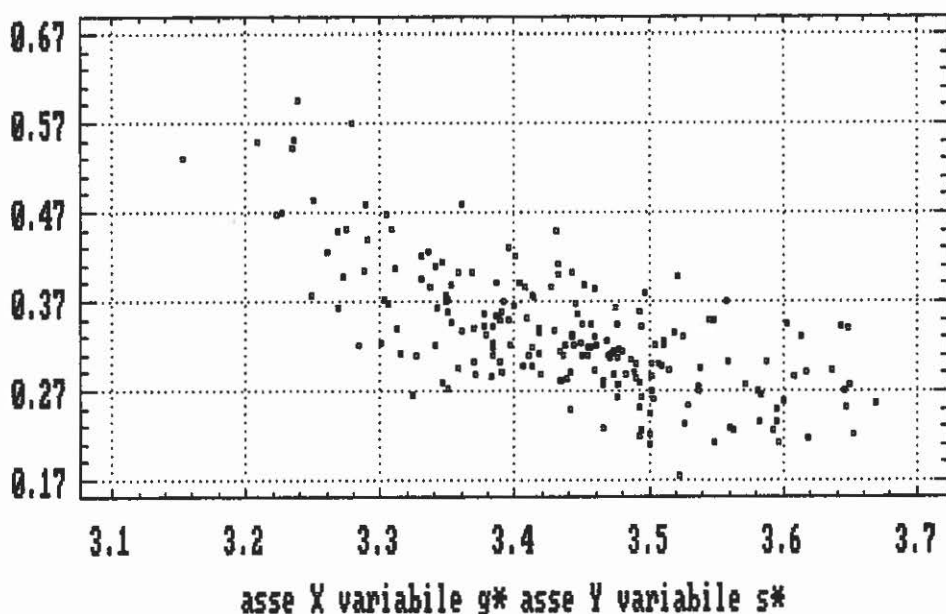


Fig. 4

ralmente sufficiente e potrebbe perciò portare a risultati non definitivi. Infatti può accadere che le lucerne abbiano figure piane simili con profili ed iconografia completamente diversi, ad esempio lucerne cosiddette paleocristiane nordafricane e spagnole. Il metodo qui usato è estendibile al confronto fra i profili e l'iconografia. In un prossimo lavoro ci proponiamo di studiare anche questi aspetti. Per le lucerne qui studiate non possediamo dati sugli scavi, perché provengono da ritrovamenti occasionali, il che può portare incertezze sulla provenienza. In questo caso ci sembra che siano sicuramente della stessa zona di ritrovamento. Secondo il metodo tradizionale, la descrizione dell'oggetto serve a stabilire che le lucerne n. 1 e n. 3 possono provenire non solo dallo stesso luogo, ma anche dalla stessa matrice.

Come precedentemente accennato, il nostro studio è centrato sul confronto tra coppie di figure (F1, F2). Detto confronto si svolge tramite il calcolo di indici geometrici di forma che forniscono indicazioni sul grado di diversità, o somiglianza, delle immagini originali sulle quali sono calcolati. Spesso comunque, non essendo nota la variabilità numerica che l'indice in questione subisce su deformazioni anche modeste operate sulla stessa figura, le indicazioni che si traggono sono alquanto sommarie.

In questo studio si presentano dei metodi utili per il confronto tra due campioni di coordinate (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , tratti rispettivamente dalle immagini F1 e F2. Inoltre, si forniscono dei metodi per valutare la struttura della dipendenza interna ad una generica figura tra un indicatore geometrico g e un indicatore statistico s .

La struttura dei dati nel nostro caso si riferisce ai contorni di tre lucerne memorizzati tramite scanner, sotto forma di coordinate cartesiane.

4. POSIZIONE DEL PROBLEMA STATISTICO

Come accennato, i metodi che si propongono sono utili sia per il confronto tra due generiche figure che, all'interno della stessa immagine, per l'esame della dipendenza tra due o più indicatori. I due metodi di analisi considerano nuovi campioni di indicatori ottenuti con il procedimento bootstrap. Con un primo test KS (KOLMOGOROV-SMIRNOV) si confrontano due generici campioni e con un secondo criterio statistico (convenzionalmente denominato T_n , cfr. BLUM, KIEFER, ROSENBLATT 1961, 32, 485-498) si valuta la plausibilità dell'ipotesi di indipendenza tra gli indicatori così generati.

Sulla base dei campioni bootstrap (g^*, s^*) si controlla la plausibilità dell'ipotesi che due generici campioni così ottenuti provengano dalla stessa popolazione di coordinate per quanto concerne la distribuzione degli indicatori in esame. In questo modo si confrontano due o più figure attraverso le distribuzioni bootstrap degli indici (g^*, s^*) .

Si assume che le coordinate (X, Y) associate ai contorni di una certa figura F possano esprimersi come convenienti funzioni di una ignota variabile casuale unidimensionale T definita in un certo intervallo dell'asse reale. Ne segue che il punto P sarà descritto, oltre che dalle leggi espresse da X e Y , anche dai valori di probabilità della v.c. T , cioè $P = (X(t), Y(t))$. I due indicatori si possono pensare come funzioni di $X(t)$ e $Y(t)$.

Il secondo criterio è utilizzato per caratterizzare la struttura delle figure in esame in termini di relazioni tra indici. Si controlla se gli indicatori considerati, condizionatamente ad una figura F , si possono considerare indipendenti. Un problema analogo in statistica è costituito dall'indipendenza tra la distribuzione campionaria della media e la distribuzione campionaria della varianza. In questo caso l'indipendenza tra gli indicatori media e varianza caratterizza la variabile casuale (v.c.) normale.

Il calcolo degli indicatori di somiglianza è svolto tramite il test KS per il confronto tra due campioni indipendenti. Per definire il grado di somiglianza tra due distribuzioni, la statistica KS è particolarmente adatta, infatti è calcolata sulla massima deviazione percentuale degli istogrammi cumulati dei dati descritti.

ti dai due campioni.

Nel presente studio i termini "somiglianza o diversità" si riferiscono alle sole caratteristiche geometriche evidenziate dagli indici scelti e non a tutti i possibili aspetti geometrici tra le forme in esame.

Il secondo metodo che si descrive controlla l'ipotesi di indipendenza tra i due indici in esame sulla base del campione bivariato (g^*, s^*).

Prima di procedere all'esposizione dei metodi statistici si vuole chiarire il significato e, soprattutto, i limiti logici relativi al loro impiego. Un limite di tipo tecnico è costituito dalla natura dei valori memorizzati. Infatti, nella presente indagine, per renderla compatibile con altre ricerche svolte in ambito diverso, si sono considerati i punti del solo contorno delle tre immagini.

Inoltre i metodi qui applicati ai problemi della premessa, anche se fondati su specifici test statistici, assumono un ampio potere descrittivo utile prevalentemente nella fase di pre-analisi dei dati. Il significato da attribuire ai termini "indici e indicatori" è quindi più descrittivo che inferenziale.

5. DESCRIZIONE DEGLI INDICI

L'indice geometrico g è dato dal rapporto tra gli autovalori $a(1)$, $a(2)$ associati alla matrice di varianze-covarianze ottenuta dalla configurazione di punti (x,y) di dimensione campionaria n . I valori $a(1)$ e $a(2)$ rappresentano gli assi ortogonali dell'ellissoide di concentrazione delle n coordinate (x,y) . Il rapporto $a(1)/a(2)$, con $a(1) > a(2)$, indica pertanto lo schiacciamento medio del contorno in esame. Se i punti si distribuissero approssimativamente su una circonferenza del tipo:

$$X(t) = \cos(t) ; Y(t) = \sin(t)$$

con t variabile equidistribuita tra 0 e 2π si otterrebbero valori di g prossimi a uno.

L'indice di simmetria s è calcolato sulla distanza di MAHALANOBIS (d) tra ogni punto $(x(i), y(i))$ e il baricentro della distribuzione. Indicando con x_m e y_m le medie delle coordinate, con S la matrice delle varianze-covarianze, con S^{-1} l'inversa di elementi s_{ij} etc. l'indice è così definito:

$$d(i) = \sum (x(i) - x_m)^2 s_{1,1} + 2(x(i) - x_m)(y(i) - y_m) s_{1,2} + (y(i) - y_m)^2 s_{2,2}$$

$$\text{posto } dm = \sum d(i)/n \text{ e } \sigma^2 = \sum (d(i) - dm)^2 / n$$

$$\text{si calcola l'indice } s = \sum (d(i) - dm)^3 / n \sigma^3$$

La distribuzione statistica degli indici (autovalori e simmetria) dipende anche dalla dimensione campionaria sulla quale sono calcolati. Per svolgere correttamente i confronti si sono costruiti i nuovi campioni di coordinate estraendoli, con procedimento bernoulliano, da quelli originali. La dimensione utilizzata è risultata pari a 2427 coppie (x,y) per le tre figure.

6. IL METODO BOOTSTRAP

Per la descrizione del metodo e le proprietà di carattere formale ad esso associate si rimanda alla letteratura specializzata. Qui di seguito si sintetizza il solo procedimento di calcolo.

- Siano $(x(i), y(i))$ ($i = 1, \dots, n$) gli n punti tratti dalla figura F .
- Dal campione iniziale $(x(), y())$ si estrae un nuovo campione bootstrap $(x^*(i), y^*(i))$, della stessa numerosità n , associando ad ogni elemento campionario $(x(i), y(i))$ la stessa probabilità di comparizione pari a $1/n$.
- Sul nuovo campione $(x^*(i), y^*(i))$ si calcolano le quantità g^* e s^* che si memorizzano in una tabella T di opportune dimensioni.
- Si ripete tutto il procedimento per un numero M di volte.

I valori ordinati $g^*(i)$, (o $s^*(i)$) stimano la distribuzione campionaria dell'indice geometrico g associato alla figura F . Inoltre, dalla bivariata $(s^*(i), g^*(i))$ si traggono indicazioni sull'eventuale dipendenza tra le quantità geometriche e statistiche considerate, condizionatamente alla figura che le ha generate.

La procedura viene ripetuta per ogni figura F in esame: cioè su F_1 , F_2 e F_3 . Si hanno così a disposizione tre nuovi campioni $(g_1^*(i), s_1^*(i))$, $(g_2^*(i), s_2^*(i))$ e $(g_3^*(i), s_3^*(i))$ di numerosità M . Sulla base di questi ultimi elementi campionari si forma la matrice delle somiglianze a coppie. Sugli stessi campioni si controlla l'ipotesi di indipendenza degli indicatori (g, s) condizionati alle figure F_k con $(k = 1, 2, 3)$.

7. IL SECONDO METODO

Ci si chiede se, condizionatamente alla figura F , si possano pensare indipendenti i due indicatori descritti. La verifica di detta ipotesi avviene utilizzando i valori campionari bivariati (g^*, s^*) ottenuti con il metodo bootstrap.

Questo tipo di verifica è condotta, come accennato, con il test T_n . Detto criterio è sensibile su ogni forma di dipendenza statistica ed è estensibile al controllo della stessa ipotesi su più di due variabili. Per una trattazione più esauriente di alcune proprietà statistiche associate ai più noti test di indipendenza tra due variabili, si rimanda a TARONI, CARBOGNIN 1991, 411-423.

Da questo studio il criterio T_n è risultato sensibile su una vasta classe di alternative all'ipotesi di indipendenza, e dotato di potere selettivo mediamente superiore ad altri test più frequentemente utilizzati per il controllo della stessa ipotesi. Molto brevemente può essere così descritto:

- Si definiscono dal campione bivariato le "ripartizioni empiriche" associate rispettivamente alla variabile g che descrive la prima coordinata, alla variabile s (che descrive la seconda) e, congiuntamente, alla coppia (g, s) . In termini intuitivi le ripartizioni empiriche sono gli istogrammi cumulati percentuali costruiti sulle coordinate.

- Per ogni valore campionario si calcola la differenza in valore assoluto tra l'istogramma bivariato e il prodotto dei due istogrammi univariati. Il test considera la massima delle M differenze così ottenute.

8. ANALISI DELLE ELABORAZIONI

Nel tentativo di descrivere le tre figure si riportano alcune tabelle numeriche di sintesi. Nella Tabella 1 sono riportati semplici parametri statistici calcolati sui campioni originali.

	Lucerna 1		Lucerna 2		Lucerna 3	
	X	Y	X	Y	X	Y
Medie	173	104	177	152	154	103
Sqm	103	57	114	67	104	57
correl		-0.0121		0.0261		-0.009
g		3.228		2.874		3.384
s		0.317		0.348		0.334
n		2427		2930		2522

Tabella 1 — Valori originali

Gli unici parametri di interesse sono rappresentati dai valori degli indici g e s . Infatti i valori delle singole coordinate dipendono in modo essenziale dalle tecniche di memorizzazione utilizzate e dal riferimento del foglio posto sullo scanner.

Il coefficiente di correlazione è pressoché nullo e comunque statisticamente non significativo, nei tre casi esaminati. Infatti, risultando le tre figure sempre chiuse, si può presumere che gli assi di simmetria siano paralleli agli assi coordinati. L'indice geometrico g , rapporto dei due diametri dell'ellisse che meglio si adatta ai punti sperimentali, è minimo in corrispondenza della seconda lucerna (2.874) e risulta massimo nella terza. La prima lucerna sembra, quindi, possedere elementi medi delle restanti due.

Nella Tabella 2 si riportano semplici statistiche sulle distribuzioni degli indici g^* e s^* ottenuti come descritto nel par. 2.

	Lucerna 1		Lucerna 2		Lucerna 3	
	g^*	s^*	g^*	s^*	g^*	s^*
Media	3.288	0.238	2.916	0.289	3.436	0.333
mediana	3.295	0.230	2.916	0.302	3.441	0.322
sqm	0.096	0.104	0.087	0.167	0.103	0.072
min	3.029	0.019	2.682	-0.183	3.153	0.175
max	3.500	0.576	3.122	0.663	3.669	0.597
corr		-0.433		0.058		-0.697
regress.	a	b	a	b	a	b
$s^* = a g^* + b$	-0.469	1.781	0.111	-0.035	-0.489	2.016
M	200	200	200	200	200	200

Tabella 2 — Statistiche sulla distribuzione di g^* e s^*

I confronti a coppie effettuati sui tre campioni bootstrap ($g1^*$, $g2^*$, $g3^*$) condotti con il test KS hanno fornito risultati estremamente significativi indicando così una marcata diversità strutturale nelle distribuzioni dell'indice da figura a figura. La matrice delle "somiglianze" assume quindi il senso di matrice delle minori diversità. Utilizzando i valori del test KS si ottiene la Tabella 3.

	<i>Lucerna 2</i>	<i>Lucerna 3</i>
lucerna 1	0.03	0.42
lucerna 2	--	0.00

Tabella 3 — Matrice delle somiglianze percentuali sull'indice geometrico g

Dall'esame delle "somiglianze" risulterebbe che la lucerna 1 sarebbe più somigliante alla 3 piuttosto che alla seconda. Questa affermazione va presa con la necessaria prudenza in quanto, come detto, il test è risultato significativo su tutti i confronti. Inoltre, è bene ricordare che l'indice esaminato si riferisce solo ad un particolare aspetto geometrico delle immagini. Infatti con semplici cambiamenti di scala nei valori di una sola delle due coordinate potrebbe fare coincidere i rapporti $a(1)/a(2)$ tra le coppie di figure considerate nei confronti. Dai confronti svolti sull'indice di simmetria s^* condotti con lo stesso metodo, si ottengono risultati meno evidenti.

	<i>Lucerna 2</i>	<i>Lucerna 3</i>
lucerna 1	0.68	0.50
lucerna 2	--	0.67

Tabella 4 — Confronti% sulla simmetria indice s^*

Anche in questo caso il test KS è sempre risultato significativo. Le stesse avvertenze svolte per l'indice di "schiacciamento" sono valide anche per l'indice di simmetria. Inoltre, sotto quest'ultimo aspetto le somiglianze tra la prima e la seconda e tra la seconda e la terza lucerna potrebbero essere giustificate dello stesso "grado". L'indice g è risultato più sensibile nella differenziazione delle tre immagini.

Il test T_n per il controllo statistico dell'ipotesi di indipendenza è risultato significativo solo per le relazioni tra tutti gli indicatori associati alla lucerna n . 1 e n . 3 al livello alfa di errore di primo tipo dell'1%. In particolare nella prima e terza immagine è risultato significativo anche il coefficiente di correlazione lineare, segnalando un andamento negativo tra i due indici calcolati (con $r = -0.432$ e $r = -0.697$). Nella seconda lucerna il coefficiente di correlazione è risultato pari a 0.058, valore quest'ultimo non significativo. Queste elaborazioni la-

sciano presumere che la dipendenza di tipo lineare esistente tra gli indicatori g e s sia la sola componente della dipendenza tra le due quantità considerate. Nelle Figg. 2, 3 e 4 sono riportati, sotto forma di grafico, le distribuzioni degli indicatori g^* e s^* associati rispettivamente alla lucerna n. 1, n. 2 e n. 3. Dall'esame del coefficiente di correlazione tra i due indici si dovrebbe poter concludere per una maggiore somiglianza tra la figura 1 e la 3, piuttosto che con la seconda. Infatti, almeno le relazioni lineari tra le due quantità geometriche sono significative e dello stesso segno.

9. CONCLUSIONI.

Le distribuzioni bootstrap degli indici (s^* , g^*) si possono utilizzare per risolvere problemi di classificazione e attribuzione di nuovi elementi campionari a popolazioni note. Per la corretta applicazione dell'analisi si deve supporre che le tre lucerne esaminate provengano da tre diverse popolazioni.

Per classificare un nuovo oggetto (L_0) in una delle tre popolazioni dalle quali si pensa provengano le tre lucerne (L_1, L_2, L_3) si calcolano gli indici g e s sul nuovo insieme di coordinate che descrive la nuova lucerna L_0 e, in base alle medie dei campioni bootstrap, si formano le "soglie discriminanti". I valori delle soglie calcolate separatamente su g e su s , che minimizzano e rendono uguali le probabilità di errata classificazione, sono fornite dalle espressioni:

$$g(i,j) = \frac{sqm(j) g(i)^* + sqm(i) g(j)^*}{sqm(i) + sqm(j)}$$

dove i valori $g(\cdot)^*$ sono i valori medi ordinati in senso crescente, associati ai due generici oggetti i e j . Si ottengono così i valori $g(2,1)$, $g(1,3)$ e, in modo analogo, i due valori di soglia per s , $s(1,2)$ e $s(2,3)$. Nella nostra indagine i punti di separazione individuano gli intervalli:

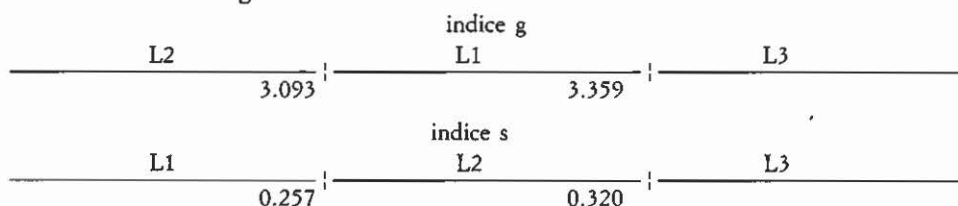


Tabella 5 — Intervalli delle soglie discriminanti

Il nuovo campione verrà attribuito in funzione dell'intervallo di appartenenza del nuovo indice g (o s) ad una delle tre popolazioni note. Il metodo bootstrap è applicato quindi solo sulle coordinate che descrivono le lucerne di sicura provenienza e non sul campione da classificare. Se il nuovo campione è misurato rispetto ai due indici g e s si costruisce la funzione discriminante bivariata associata ai campioni bootstrap.

I risultati delle elaborazioni condotti con la funzione discriminante lineare e la matrice degli errori di riclassificazione sono riportati nella Tabella 6.

GRUPPO 1 = -650.17 + 388.08 g + 92.63 s
GRUPPO 2 = -518.39 + 346.02 g + 87.85 s
GRUPPO 3 = -718.65 + 407.57 g + 102.97 s

MATRICE DELLA RICLASSIFICAZIONE

0.8700 0.0050 0.1250
0.0250 0.9750 0.0000
0.1100 0.0000 0.8900

Tabella 6 — Funzioni discriminanti lineari associate ai tre gruppi di lucerne.

Con questo metodo il nuovo campione verrà attribuito a quel gruppo la cui funzione lineare risulta maggiore delle rimanenti.

La matrice di riclassificazione assume, in questo caso, un ampio potere interpretativo sulla natura dei dati e permette, inoltre, la costruzione di ulteriori indicatori di somiglianza. Gli elementi diagonali stimano, infatti, le probabilità di corretta classificazione di un ipotetico nuovo campione tratto da una delle tre lucerne. Gli elementi che nella matrice occupano posizioni non diagonali stimano, invece, le probabilità di errata attribuzione e cioè di “sovrapposizione” campionaria.

Con ovvio significato di simboli, si indica con C detta matrice, con $C(i,i)$ quindi si indicano le percentuali di corretta riclassificazione e con $C(i,j)$ ($i \neq j$) le stesse percentuali di errata riclassificazione.

Il grado di somiglianza tra campioni può essere definito dagli elementi non diagonali: $C(i,j)$ con i diverso da j .

L'esame dei coefficienti non diagonali permette di affermare che la lucerna n. 1 risulta “confusa” con la lucerna n. 3 al 12.5% mentre solo il 5 per mille delle osservazioni appartenenti alla lucerna n. 1 verrebbero erroneamente attribuiti alla lucerna 2. La percentuale di somiglianza della lucerna n. 2 con la lucerna n. 1 risulta così pari al 2.5%, ed è nulla con la terza. L'11% degli elementi della lucerna n. 3 sono scambiati con la n. 1 e nessun elemento viene attribuito alla n. 2. Queste considerazioni permettono di affermare che la n. 2 risulta sicuramente distinta e forma quindi un gruppo a sé stante, mentre le altre due presentano mediamente un grado di somiglianza prossimo a circa l'11%.

Risulta interessante dal punto di vista archeologico che il risultato ottenuto considerando il solo indice geometrico di simmetria dimostri che la forma della lucerna n. 2 archeologicamente considerata come differente dalle n. 1 e n. 3 si possa avvicinare a queste forme (n. 1 e n. 3). Dobbiamo ricordare che la numero 3 è stata parzialmente ricostruita (graficamente) per effettuare la scansione. Ciò può portare alla dubbia posizione di questa forma tra le altre. Sicuramente tutte

le forme appartengono alla grande famiglia delle lucerne tardoantiche, imitazioni di quelle nordafricane, che hanno forme apparentemente simili mentre geometricamente appartengono a tre popolazioni distinte. Nonostante ciò per l'archeologo sono i dati elementari di osservazione che permettono di individuare questo genere di lucerne; l'iconografia, la pasta e la modellatura interna esse sole permettono di giudicare quali siano più simili tra di loro.

La conclusione sulla diversità delle forme (appartenenza a diverse popolazioni), ottenuta con i metodi statistici, non ne nega comunque l'appartenenza ad una stessa famiglia di oggetti che dal punto di vista archeologico-storico possono essere comparati. La stessa manifattura può avere prodotto nello stesso luogo e nella stessa epoca gli oggetti in esame "a geometria differenziata". Ne segue che le diversità o somiglianze riscontrate vanno interpretate con la massima cautela per un corretto apporto interdisciplinare. Possiamo anche supporre che le conclusioni statistiche sulla possibilità di collocare le tre forme studiate in popolazioni differenti potrebbero cambiare quando si prenderà in considerazione con gli stessi metodi statistici l'oggetto in tutti i suoi aspetti. Una maggiore quantità di dati riferiti agli stessi oggetti potrebbe permettere di raggruppare gli oggetti in modo più sicuro e confrontare i raggruppamenti ottenuti secondo livelli di somiglianza.

Ci siamo dedicati agli studi delle lucerne prodotte con matrici. In questo caso la forma ha un valore decisivo per attestare la somiglianza degli artefatti. Se le ceramiche fossero prodotte, invece, dal tornio avrebbero più variabilità geometrica. Anche l'iconografia non può essere trattata in modo decisivo per confrontare gli oggetti perché teoricamente forme provenienti dalla stessa matrice possono avere ornamenti differenti impressi con sigilli a mano sugli oggetti della stessa matrice. Poteva succedere però che gli stessi sigilli fossero usati per le forme differenti. Problemi del genere possono essere studiati con l'aiuto dei metodi sopra proposti.

Con i confronti archeologici tradizionali abbiamo avvicinato le forme n. 1 e n. 3 cosa che otteniamo anche con l'indice di schiacciamento. Però i risultati statistici ottenuti ci portano anche a modificare il nostro giudizio iniziale sulla grande somiglianza delle forme n. 1 e n. 3. Ciò rende plausibile l'ipotesi che queste due lucerne non provengano dalla stessa matrice. A questo punto, in base ai risultati statistici, dobbiamo rinunciare all'ipotesi di una somiglianza assoluta. Infatti, come detto nel paragrafo 5, i confronti effettuati con il criterio KS sono risultati significativi e quindi i termini "somiglianze" tra le immagini si devono interpretare nel senso di minore diversità.

Naturalmente tutti i valori archeologici presi in considerazione con il metodo tradizionale a questo punto rimangono validi nel considerare la lucerna n. 1 e n. 3 come provenienti probabilmente dallo stesso luogo di produzione. La

lucerna n. 2, invece, anche se per il solo indice di simmetria è risultata statisticamente somigliante alle n. 1 e n. 3 proviene da un'altra manifattura. Ci si può chiedere in qual misura può essere utile il confronto svolto con i metodi statistici descritti. Il metodo tradizionale confronta le rappresentazioni alla stessa scala e non è sufficiente. Infatti questo metodo di confronto traduce operativamente solo il concetto di uguaglianza tra due figure mentre il metodo qui usato permette di valutare il grado di somiglianza o differenza rispetto a precisi aspetti geometrici. Così, un criterio di comparazione fra le figure può essere compatibile con l'immagine visiva e più utilmente impiegabile nell'attribuzione.

Per lo studio delle forme interne degli oggetti sarà da vedere se gli stessi calcoli statistici condurranno o no agli stessi risultati ottenuti per le forme esterne. Rimangono aperti i problemi di interesse archeologico: il confronto statistico sulle forme frammentarie e il livello di significatività da usare nei confronti stessi.

I nostri metodi statistici con le modifiche apportate potranno essere convenientemente utilizzati per il primo problema. Con gli stessi procedimenti è possibile trattare le figure utilizzandole in tutti gli aspetti di interesse archeologico: analisi tridimensionali, analisi iconografica completa e analisi chimico-fisiche. I metodi statistici non possono assicurare la certezza assoluta dei risultati ma misurare il grado di incertezza delle ipotesi sottoposte a verifica (URBAŃCZYK 1980, 248).

IWONA MODRZEWSKA

Accademia Polacca delle Scienze
Istituto di Storia della Cultura Materiale

GIANCARLO TARONI

C.N.R., Istituto per lo studio della
dinamica delle grandi masse - Venezia

ADDENDA

P. Reynolds (*El yacimiento tardoromano de Lucentum (Benalua-Alicante). Las ceramicas finas. Catalogo de fondos del Museo Arqueologico* (II), Alicante 1987, 132-145) analizza le lucerne, fra le altre le due prese da noi in considerazione in questo studio: n. 1070 e n. 1071, p. 143 (nostri numeri 1 e 3 del presente lavoro). L'autore le considera come prodotti locali fatte con la stessa matrice; però a p. 145 i disegni e la descrizione mostrano un'interpretazione iconografica differente da quella da noi proposta.

Questo esempio illustra la difficoltà dell'interpretazione oggettiva dell'iconografia, che secondo le due serie di disegni risulta diversa e risulterebbe differente anche applicando metodi numerici. Sarà perciò necessario studiare anche l'iconografia degli oggetti presentati da un punto di vista statistico basandosi direttamente sulle fotografie per evitare queste disparità che risultano dall'interpretazione grafica.

BIBLIOGRAFIA

- BENZÉCRI J.P. et al. 1973, *L'analyse des données*, Paris, Dunod.
- BIETTI A. 1979, *Metodi matematici e statistici applicati all'archeologia e alla paleontologia*, Contributi del Centro Linceo Interdisciplinare di Scienze Matematiche e loro Applicazioni, n. 47, Roma, Accademia Nazionale dei Lincei.
- BLUM J. R., KIEFER J., ROSENBLATT M. 1961, *Distribution free tests of independence based on the sample distribution function*, « Annals of Mathematical Statistics », 32, 485-498.
- CLARKE D.L. 1968, *Analytical Archaeology*, London, Methuen.
- CUOMO DI CAPRIO N. 1986, *Onde di propagazione della New Archaeology in Italia*, « Rivista di Archeologia », 10, 59-71.
- DONATO G., HENSEL W., TABACZYŃSKI S. (edd.) 1986, *Teoria i praktyka badań archeologicznych. Przesłanki metodologiczne*. IHKMPAN, CNR, Wrocław-Warszawa, Ossolineum.
- DYMACZEWSKI A. 1971, *Wnioskowanie statystyczne w archeologii*, « Sprawozdania Archeologiczne », 23, 285-292.
- GUIMIER-SORBETS A.M. 1987, *Les banques des données documentaires préparées au Centre de Recherche sur les Traitements Automatisés en Archéologie Classique Paris*, in F. D'ANDRIA (ed.), *Informatica e archeologia classica, Atti del Convegno Internazionale (Lecce 1986)*, Galatina, Congedo Editore, 49-61.
- HESNARD A., LEMOINE CH. 1981, *Les amphores du Cecube et du Falerne: prospection typologique, analyses*, « Mélanges de l'École Française de Rome », 93, 1, 243-295.
- JOURNET A. 1982, *Analyse mineralogique et chimique de la céramique romaine de Suisse à endruit brillant*, ed. tesi de l'Université de Friburg.
- MAETZKE G. 1986, *Źródła archeologiczne jako odzworowanie procesu społeczno-kulturowego*, in DONATO et al. 1986, 248-302.
- MODRZEWSKA-MARCINIAK I. 1989, *Lucernas escogidas del Museo Arqueológico de Alicante y de Elche*, « Buletin del Seminario de Estudios de Arte y Arqueología », 55, 216-245.
- MOSCATI P. 1987, *Archeologia e calcolatori*, Firenze, Giunti.
- MOSCATI P. 1990, *Analisi quantitativa nell'archeologia di epoca storica*, « Archeologia e Calcolatori », 1, 39-80.
- ORTON C.R., TYERS P.A. 1990, *Statistical analysis of ceramic assemblages*, « Archeologia e Calcolatori », 1, 81-110.
- PAZUBICKA A., TABACZYŃSKI S. 1986, *Spoleczenstwo i kultura jako przedmiot badań archeologicznych*, in DONATO et al. 1986, 55-183.
- PLESZCZYŃSKA E. et al. 1986, *Schematy wnioskowania statystycznego w badaniach archeologicznych*, in DONATO et al. 1986, 305-328.
- ROSA R. 1985, *Metodo del bootstrap nella propagazione degli errori*, « Statistica », 1, 59-64.
- SEMERARO G. 1990, *Note sulla distribuzione delle ceramiche di importazione greca nel Salento in età arcaica. Aspetti metodologici*, « Archeologia e Calcolatori », 1, 111-160.
- TABACZYŃSKI S., PLESZCZYŃSKA E. 1974, *O teoretycznych podstawach archeologii. Prezentacja i proba analizy poglądów D.L. Clarke'a*, « Archeologia Polski », 19,1, 7-94.
- TABACZYŃSKI S. 1987, *Archeologia średniowieczna. Problemy. Źródła. Metody. Cele badawcze*, Wrocław-Warszawa, Ossolineum.
- TARONI G., CARBOGNIN L. 1990, *Geometria dei confronti tra alcuni test a distribuzione libera per la verifica dell'indipendenza tra due variabili*, « Statistica », 3, 411-423.
- TIRPAKOVÁ A. et al. 1989, *The application of some mathematic statistical methods in solving the pos-*

- sibility of exploration of Roman measures in manufacturing of Slavic axe-shaped currency bars and pottery, « Slovenská Archeológia », 37, 1, 427-448.
- URBAŃCZYK P. 1978, *O moż liwosciach i celach zastosowan elektronicznych maszyn cyfrowych w archeologii*, « Kwartalnik Historii Kultury Materialnej », 4, 531-535.
- URBAŃCZYK P. 1980, *Metody komputerowe w archeologii*, « Archeologia Polski », 24, 2, 245-309.
- WILCOCK D., SHENNAN S.J. 1974, *Analysis of pottery shapes with application to Bell Beaker Pottery*, in WILCOCK D., LAFLIN S. (edd.), *Computer Applications in Archeology*, Computer Centre, University of Birmingham, 98-106.

ABSTRACT

In this work, certain geometrical aspects of three Late Roman oil lamps are considered. The comparison is performed by choosing among the geometric indexes in order to single out and estimate similarities and peculiarities of their shape. The preferred indexes are symmetry and a particular size ratio. A difficulty arose from the fact that, since one does not know the numerical variability of the indexes depending on even small deformations, a poor information would be obtained. Using bootstrap resampling the sample distribution is estimated for the two indexes. Using it, one can build new methods of comparison in order to evaluate similarities and differences otherwise impossible to evidence using conventional methods.